

Οδηγός Μετατροπής Μαθηματικών Εκφράσεων σε «ΓΛΩΣΣΑ»

1. Βασικοί Αριθμητικοί Τελεστές

Για τη μετατροπή μαθηματικών εκφράσεων στη «ΓΛΩΣΣΑ», χρησιμοποιούμε τους παρακάτω βασικούς αριθμητικούς τελεστές: την πρόσθεση **+**, την αφαίρεση **-**, τον πολλαπλασιασμό *****, τη διαίρεση **/**, την ύψωση σε δύναμη **^**, την ακέραια διαίρεση **DIV** και το υπόλοιπο της ακέραιας διαίρεσης **MOD**.

2. Προτεραιότητα Πράξεων

Η «ΓΛΩΣΣΑ» ακολουθεί την ίδια ιεραρχία με τα μαθηματικά:

1. Παρένθεση ()
2. Ύψωση σε δύναμη (^)
3. Πολλαπλασιασμός (*), Διαίρεση (/), MOD, DIV
4. Πρόσθεση (+), Αφαίρεση (-)

Όταν έχουμε πράξεις της ίδιας προτεραιότητας, εκτελούνται από **αριστερά προς τα δεξιά**.

3. Παρενθέσεις

Οι παρενθέσεις είναι κρίσιμες για τη σωστή προτεραιότητα των εκφράσεων ειδικά στην ΓΛΩΣΣΑ που πρέπει μια έκφραση να γραφεί σε μία γραμμή χωρίς γραμμές κλάσματος, εκθέτες ή άλλα σύνθετα μαθηματικά σύμβολα! Παρακάτω βλέπουμε περιπτώσεις όπου είναι απαραίτητες οι παρενθέσεις:

 **Κλάσματα:** Όταν ο αριθμητής ή ο παρονομαστής αποτελούνται από περισσότερους από έναν όρους, πρέπει να τους περικλείουμε σε παρενθέσεις για να διασφαλίσουμε ότι η διαίρεση θα γίνει στο σύνολο της έκφρασης.

- | | | |
|-------------------------------------|-----------------|-------------------------------------|
| • $\alpha + \beta / 2$ | υπολογίζεται ως | $\alpha + \frac{\beta}{2}$ |
| • $(\alpha + \beta) / 2$ | υπολογίζεται ως | $\frac{\alpha + \beta}{2}$ |
| • $(\alpha - \beta) / (2 * \alpha)$ | υπολογίζεται ως | $\frac{\alpha - \beta}{2 * \alpha}$ |
| • $(\alpha - \beta) / 2 * \alpha$ | υπολογίζεται ως | $\frac{\alpha - \beta}{2} * \alpha$ |

 Προσοχή όταν ο αριθμητής έχει μόνο πολλαπλασιασμό μπορούμε να μην βάλουμε παρένθεση αφού έτσι και αλλιώς ο πολλαπλασιασμός προηγείται αφού θα εκτελεστούν οι πράξεις που έχουν την ίδια προτεραιότητα από αριστερά προς τα δεξιά.

$$2 * \alpha / 5 \quad \text{υπολογίζεται ως} \quad \frac{2 * \alpha}{5} \quad \text{το ίδιο με το } (2 * \alpha) / 5$$

 **Πολλαπλασιασμός πριν την πρόσθεση:** Στην περίπτωση του $3(\alpha + \beta)$, ο υπολογιστής χωρίς παρένθεση θα έκανε πρώτα τον πολλαπλασιασμό του 3 με το α και όχι τον πολλαπλασιασμό του 3 με το σύνολο της παρένθεσης. Επίσης στα μαθηματικά μεταξύ αριθμού και παρένθεσης αν δεν υπάρχει κάτι θεωρούμε ότι είναι η πράξη του πολλαπλασιασμού οπότε στην ΓΛΩΣΣΑ πρέπει να βάλουμε το σύμβολό του.

- $3 * \alpha + \beta$ γράφεται $3 * \alpha + \beta$ Ο πολλαπλασιασμός $3 * \alpha$ να εκτελείται πρώτα.
- $3(\alpha + \beta)$ γράφεται $3 * (\alpha + \beta)$ Η πρόσθεση εκτελείται πρώτα

✚ **Σύνθετοι εκθέτες:** Όταν ο εκθέτης μιας δύναμης αποτελείται από μια ολόκληρη έκφραση (δηλαδή, περιέχει πράξεις), είναι υποχρεωτικό να περικλείεται ολόκληρη η έκφραση του εκθέτη σε παρενθέσεις. Αυτό διασφαλίζει ότι η έκφραση θα υπολογιστεί πριν χρησιμοποιηθεί ως εκθέτης.

- | | | |
|--------------|----------|------------------------|
| • $X^X + 6$ | γράφεται | $X \wedge X + 6$ |
| • X^{X+6} | γράφεται | $X \wedge (X + 6)$ |
| • y^{2x-1} | γράφεται | $y \wedge (2 * x - 1)$ |

4. Χρήση Συναρτήσεων

Για πιο σύνθετες μαθηματικές εκφράσεις, η «ΓΛΩΣΣΑ» προσφέρει μια σειρά από ενσωματωμένες συναρτήσεις. Οι διαθέσιμες συναρτήσεις είναι:

ΗΜ(x): Ημίτονο

ΣΥΝ(x): Συνημίτονο

ΕΦ(x): Εφαπτομένη

T_P(x): Τετραγωνική ρίζα

ΛΟΓ(x): Φυσικός λογάριθμος

E(x): Εκθετική συνάρτηση

A_M(x): Ακέραιο μέρος

A_T(x): Απόλυτη τιμή

Είναι υποχρεωτικό το όρισμα κάθε συνάρτησης να περικλείεται σε παρένθεση.

- | | | |
|--------------------|----------|------------------------|
| • $\sqrt{x^2 + 5}$ | γράφεται | $T_P(X \wedge 2 + 5)$ |
| • $\sqrt{x^2} + 5$ | γράφεται | $T_P(X \wedge 2) + 5$ |

5. Σημαντικές οδηγίες

Για τη σωστή μετατροπή μαθηματικών παραστάσεων σε εκφράσεις της «ΓΛΩΣΣΑΣ», ακολουθήστε τις παρακάτω οδηγίες:

✚ **Υποδιαστολή:** Ως σύμβολο της υποδιαστολής στους πραγματικούς αριθμούς χρησιμοποιείται πάντα η τελεία (.).

Παράδειγμα: Ο αριθμός 3,14 γράφεται 3.14

✚ **Ρητός Πολλαπλασιασμός:** Ο τελεστής του πολλαπλασιασμού (*) πρέπει πάντα να δηλώνεται ρητά. Δεν παραλείπεται ποτέ, ειδικά μεταξύ ενός αριθμού και μιας μεταβλητής ή μεταξύ μεταβλητών.

Παράδειγμα: Η έκφραση $5x$ μετατρέπεται σε $5 * x$

✚ **Στρατηγική "Από Μέσα προς τα Έξω":** Για σύνθετες παραστάσεις που περιέχουν ένθετα κλάσματα, ρίζες ή παρενθέσεις, μια ασφαλής στρατηγική είναι να ξεκινήσετε τη μετατροπή από το πιο εσωτερικό τμήμα της παράστασης και να συνεχίσετε προς τα έξω.

✚ **Χρήση παρενθέσεων:** Εάν έχετε αμφιβολία για την προτεραιότητα των πράξεων, ειδικά σε αριθμητές και παρονομαστές κλασμάτων, χρησιμοποιήστε παρενθέσεις. Η προσθήκη επιπλέον παρενθέσεων που δεν αλλάζουν τη σειρά των πράξεων δεν θεωρείται λάθος, εκτός αν η εκφώνηση της άσκησης το απαγορεύει ρητά «να γράψετε την έκφραση με τον ελάχιστο δυνατό αριθμό παρενθέσεων» το οποίο όμως θα μπορούσε να ζητηθεί!

Παράδειγμα: $(5 * x) + y$ ή $5 * x + y$

6. Παραδείγματα

Παράδειγμα 1: Μετατροπή της έκφρασης $\frac{x^x+6}{5x}$

- **Βήμα 1:** Έχουμε κλάσμα με σύνθετο αριθμητή και παρονομαστή.
- **Βήμα 2:** Αναλύουμε τον αριθμητή: x^x+6 γράφεται $x^x + 6$
- **Βήμα 3:** Αναλύουμε τον παρονομαστή: $5x$ γράφεται $5 * x$
- **Βήμα 4:** Τώρα, συνδυάζουμε τις δύο εκφράσεις που δημιουργήσαμε χρησιμοποιώντας τον τελεστή της διαίρεσης (/). Επειδή τόσο ο αριθμητής όσο και ο παρονομαστής αποτελούνται από περισσότερους από έναν όρους (ή πράξεις), είναι αναγκαίο να τους περικλείσουμε σε παρενθέσεις.

$$(x^x + 6) / (5 * x)$$

Επεξήγηση παρενθέσεων: Αν γράφαμε την έκφραση χωρίς παρενθέσεις ως $x^x + 6 / 5 * x$, ο υπολογιστής, ακολουθώντας την προτεραιότητα των πράξεων, θα εκτελούσε πρώτα τη ύψωση σε δύναμη x^x , μετά την διαίρεση $6 / 5$, μετά τον πολλαπλασιασμό του αποτελέσματος με το x και τέλος την πρόσθεση. Θα υπολόγιζε δηλαδή την εντελώς διαφορετική παράσταση:



$$x^x + \frac{6}{5}x$$

Παράδειγμα 2: Μετατροπή της έκφρασης $\sqrt{x^2 + 5}$

- **Βήμα 1:** Έχουμε τετραγωνική ρίζα, στη «ΓΛΩΣΣΑ» χρησιμοποιούμε τη συνάρτηση T_P() για τον υπολογισμό της.
- **Βήμα 2:** Το περιεχόμενο της ρίζας γράφεται $x^2 + 5$. Αυτή η έκφραση θα αποτελέσει το όρισμα της συνάρτησης. Συνδυάζουμε την συνάρτηση με το όρισμά της:

$$T_P(x^2 + 5)$$

Παράδειγμα 3: Μετατροπή της έκφρασης $2[(3x_1 - 7x_2)^5 - 8x_3]$

- **Βήμα 1:** Ξεκινάμε από τις εσωτερικές παρενθέσεις $(3x_1 - 7x_2)$ γράφεται $(3 * x_1 - 7 * x_2)$
 - Δεν βάζουμε στα ονόματα μεταβλητών δείκτες. $x_1 \rightarrow x_1$
 - Δεν ξεχνάμε το σύμβολο του πολλαπλασιασμού. $3x_1 \rightarrow 3 * x_1$
- **Βήμα 2:** Στη συνέχεια, υψώνουμε το αποτέλεσμα στην 5η δύναμη: $(3 * x_1 - 7 * x_2)^5$
- **Βήμα 3:** Συνεχίζουμε με την επόμενη πράξη μέσα στην αγκύλη, την αφαίρεση: $(3 * x_1 - 7 * x_2)^5 - 8 * x_3$
- **Βήμα 4:** Στη «ΓΛΩΣΣΑ», για την ομαδοποίηση των όρων χρησιμοποιούνται αποκλειστικά οι παρενθέσεις (), ανεξάρτητα από το αν στη μαθηματική παράσταση υπάρχουν αγκύλες [] ή άγκιστρα { }. Επομένως, η εξωτερική αγκύλη μετατρέπεται σε παρένθεση (μωβ) και ο πολλαπλασιασμός με το 2 δηλώνεται ρητά με τον τελεστή *.

$$2 * ((3 * x_1 - 7 * x_2)^5 - 8 * x_3)$$

Παράδειγμα 4: Μετατροπή της έκφρασης $\frac{|2x-3|}{(A+B)^{2+Z}} + 5A$

- **Βήμα 1:** Μετατρέπουμε το κλάσμα.
Ο **αριθμητής** είναι η απόλυτη τιμή $|2X-3|$ γράφεται $A_T(2 * X - 3)$
Ο **παρονομαστής** είναι ο όρος $(A+B)^{2+Z}$ γράφεται $(A + B)^(2 + Z)$
 - Ο εκθέτης $(2+Z)$ έχει πράξη, οπότε το περιεχόμενό του θα μπει σε παρένθεση
- **Βήμα 2:** Ενώνουμε τις εκφράσεις του κλάσματος με τον τελεστή της διαίρεσης.
 $(A_T(2*X - 3)) / ((A + B)^(2 + Z))$
 - Επειδή ο αριθμητής είναι μία μόνο συνάρτηση δεν χρειάζεται η μπλε παρένθεση.
 - Επειδή ο παρονομαστής έχει μόνο την πράξη της δύναμης (μεγαλύτερη ιεραρχία) δεν χρειάζεται η πράσινη παρένθεση.
- **Βήμα 3:** Δεν χρειάζεται επιπλέον παρένθεση γύρω από το κλάσμα, διότι η πράξη της διαίρεσης (/) έχει υψηλότερη προτεραιότητα από την πράξη της πρόσθεσης (+). Αυτό διασφαλίζει ότι ολόκληρο το κλάσμα θα υπολογιστεί πριν προστεθεί ο τελευταίος όρος 5A.

$$A_T(2*X - 3) / (A + B)^(2 + Z) + 5*A$$



Παράδειγμα 5: Μετατροπή της έκφρασης $\sqrt{\frac{|x-y|^3}{5xy+1}}$

- **Βήμα 1:** Μετατρέπουμε το κλάσμα. $\frac{|x-y|^3}{5xy+1}$
Ο **αριθμητής** είναι η απόλυτη τιμή $|x - y|^3$ γίνεται $A_T(x-y)^3$
Ο **παρονομαστής** είναι ο όρος $5x^{y+1}$ γίνεται $5*x^(y+1)$
 - Ο εκθέτης $(y+1)$ έχει πράξη, οπότε το περιεχόμενό του θα μπει σε παρένθεση.
 - Δεν ξεχνώ το σύμβολο της πράξης του πολλαπλασιασμού '*'.
- **Βήμα 2:** Ενώνουμε τις εκφράσεις του κλάσματος με τον τελεστή της διαίρεσης.
 $(A_T(x-y)^3) / (5*x^(y+1))$
 - Επειδή ο αριθμητής έχει μόνο την πράξη της δύναμης (μεγαλύτερη ιεραρχία) δεν χρειάζονται η μπλε παρένθεση.
 - Ο παρονομαστής πρέπει να μπει ολόκληρος σε παρένθεση για να διασφαλιστεί ότι ολόκληρη η έκφραση λειτουργεί ως διαιρέτης.
- **Βήμα 3:** Περικλείουμε ολόκληρη την έκφραση του κλάσματος μέσα στην συνάρτηση της τετραγωνικής ρίζας. Παρατηρούμε ότι έχουμε συνάρτηση μέσα σε συνάρτηση.

$$T_P(A_T(x-y)^3 / (5*x^(y+1)))$$